

PREVENDO INUNDAÇÕES EM RIOS UTILIZANDO SOLUÇÕES COM BAIXO CUSTO COMPUTACIONAL

FINGER, Alice¹; LORETO, Aline²; BESKOW, Samuel³

¹Universidade Federal de Pelotas, Curso de Ciência da Computação; ²Universidade Federal de Pelotas, CDTec/Ciência da Computação; ³Universidade Federal de Pelotas, CDTec/Engenharia Hídrica. affinger@inf.ufpel.edu.br.

1 INTRODUÇÃO

O número de inundações em rios tem aumentado significativamente em diversas localidades do Brasil, causando enormes prejuízos à população. Para prever o dia de inundação em rios pode-se adotar um modelo hidrológico, porém, modelos hidrológicos geralmente são complexos e demandam uma quantidade considerável de dados espaciais e temporais, os quais são muitas vezes indisponíveis no Brasil, fato este que acaba de certa forma limitando a aplicação dos mesmos. Uma boa alternativa é a utilização de um modelo teórico matemático com previsão através da solução de Burgers, porém, essa solução tem complexidade $O(n^{r+1})$. Mas, ao utilizar métodos numéricos de passos simples para prever o dia da inundação, essa complexidade reduz para $O(n)$. Com a aplicação de métodos numéricos simples, deseja-se que os mesmos tornem-se melhor aplicáveis.

Um dos objetivos do trabalho é aplicar métodos numéricos com baixa ordem de complexidade, para estimar o tempo de inundação de rios. O termo complexidade, no contexto de algoritmos, refere-se aos requerimentos de recursos necessários para que um algoritmo possa resolver um problema sob o ponto de vista computacional, ou seja, à quantidade de trabalho despendido pelo algoritmo (TOSCANI; VELOSO, 2001). Quando o recurso é o tempo, são escolhidas uma ou mais operações fundamentais e então são contados os números de execuções desta operação fundamental na execução do algoritmo.

Sendo assim, o presente trabalho propõe estimar o dia em que o volume de um rio irá transbordar, através de aplicações de métodos numéricos que possuem complexidade computacional de ordem linear.

2 METODOLOGIA (MATERIAL E MÉTODOS)

Para realizar a simulação de inundação, adotou-se um modelo teórico matemático, onde nas resoluções das equações que representam o modelo, propõe-se aplicar métodos numéricos, a fim de analisar qual método apresenta melhor solução, considerando o esforço computacional e a exatidão da solução (FINGER *et. al*, 2010a; FINGER *et. al*, 2010b). Para complementar, é realizada a análise da complexidade de métodos numéricos de passos simples e de Burgers (FINGER *et. al*, 2011), confirmando que o problema de previsão do tempo de inundação de um rio pode ser resolvido com métodos que possuem complexidade de tempo linear e, após a análise do método numérico, realiza-se a simulação numérica de inundação considerando dados hidrológicos pertinentes à área física de determinado rio da região sul do RS.

Para estimar o dia de inundação deste rio, consideram-se as equações Não-conservativa (Equação (1)) e Conservativa (Equação (2))

$$S_j^{n+1} = S_j^n - S_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x} (S_j^n - S_{j-1}^n) \quad (1)$$

$$S_j^{n+1} = S_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left((S_j^n)^2 - (S_{j-1}^n)^2 \right) \quad (2)$$

e os dados do modelo teórico, para cumprir a condição de estabilidade: $S_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$,

$\Delta x = 1,25$ e $\Delta t = 1$, onde Δx é a variação da posição e Δt é variação do tempo, bem como características da bacia hidrográfica em questão, tais como $L = 17$ km (comprimento do rio) e $n = 5$ (número de pontos analisados ao longo do rio).

A seguir realiza-se a análise da complexidade dos algoritmos dos métodos numéricos de passos simples - Euler, Runge-Kutta de 2^a, 3^a e 4^a ordens e do algoritmo proposto por Nachbin (NACHBIN; TABAK, 1997) elaborado para resolver as equações não-conservativa e conservativa descritas em FINGER *et. al* (2010). Estas equações são resolvidas através do Método de Burgers, o que requer cálculo da matriz inversa, operação esta com elevado custo computacional.

Método de Euler: o algoritmo começa com uma entrada de 4 variáveis fixas (f ; a ; b ; h) e n que será o tamanho da entrada. Toma-se como operações fundamentais a atribuição (\rightarrow) e a adição (+), logo a complexidade nessa linha é constante. Verifica-se que a o laço é executado n vezes, fazendo n atribuições. Com isso, afirma-se que a complexidade do algoritmo do Método de Euler é de ordem linear, $O(n)$.

Métodos de Runge-Kutta de 2^a, 3^a e 4^a ordens: nesses algoritmos tomamos como operações fundamentais a atribuição (\rightarrow), multiplicação (\times), divisão (\div) e a adição (+) e como tamanho da entrada o número de valores para k . Verificamos que eles executam n vezes o laço. Sendo assim, pode-se constatar que a complexidade dos algoritmos para Runge-Kutta de 2^a, 3^a e 4^a ordens é de ordem linear, $O(n)$.

Método de Burgers: analisa-se a complexidade computacional dos algoritmos propostos por Nachbin (NACHBIN; TABAK, 1997) para solução tanto da equação não-conservativa (chamado Método Não-conservativo) como para a conservativa (chamado Método Conservativo). Estas equações foram resolvidas pelo método de Burgers, o qual requer cálculo da matriz inversa.

O algoritmo começa com atribuições para as variáveis de inicialização e com algumas dessas variáveis é definido o tamanho da matriz (a partir do tamanho da entrada). Tomam-se como operações fundamentais a adição (+), multiplicação (\times), subtração (-) e comparação, e como tamanho da entrada o número n de tempos em dias e N o número de pontos a ser dividido o comprimento do rio, dados necessários e iniciais para calcular o volume do rio. Verificam-se duas comparações executadas $it + 1$ vezes, onde it é o contador do primeiro laço de iteração. No laço de iteração interno tem-se complexidade $O(n^r)$ (complexidade polinomial de ordem r) pois o tamanho do problema decresce de uma constante c , neste caso $c = -1$ e $t(n) = n - c$, onde $t(n)$ é o tamanho da entrada após a execução das operações fundamentais que antes da execução era n . Dessa forma, verifica-se que o algoritmo, tanto pelo Método não-conservativo como para o conservativo, tem $O(n^{r+1})$.

Definidos os métodos e estes implementados no software de computação numérica Scilab, escolheu-se um arroio do sul do Rio Grande do Sul como estudo de caso para estimar, com o referido modelo computacional, o dia que o rio transbordará considerando eventos de chuva de grande magnitude ocorridos durante uma semana.

O Arroio Fragata, considerando a estação de monitoramento fluviométrico na seção de controle Passo dos Carros (Pelotas/RS), possui à montante 17 km de comprimento de extensão e 126,8 km² de área de drenagem. Este arroio foi escolhido por estar em uma região de interesse para este estudo e por contar com monitoramento fluviométrico diário de responsabilidade da Agência Nacional de Águas (ANA).

Para certificar que a estimativa temporal está correta, os volumes calculados com os dados reais foram comparados aos volumes calculados a partir das vazões deste rio no período compreendido entre os dias 10/09/2010 e 17/09/2010, disponível no Sistema de Informações Hidrológicas - HidroWeb.

Salienta-se que a comparação leva em consideração o dia que possui o valor máximo de volume.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tab. 1 apresenta os valores do volume do Arroio Fragata, considerando as equações não-conservativa (resolvida pelo método de Runge-Kutta de 2^a ordem) e conservativa (pelo método de Euler).

Tabela 1: Dados do Arroio Fragata aplicados nos métodos de Runge-Kutta de 2^a ordem (não conservativo) e no método de Euler (conservativo).

Tempo em dias	Não-conservativo	Conservativo
	Volume Km ³	Volume Km ³
1	1.43196	1.21819
2	1.76831	1.21396
3	2.05231	1.52389
4	2.07018	2.08291
5	1.80828	2.35359
6	1.46382	2.01562
7	1.29638	1.49182
8	1.43196	1.21819

Com os resultados dos volumes, verifica-se que o arroio irá transbordar no quinto dia, considerando chuvas torrenciais por uma semana.

A Tab. 2 apresenta o volume em diferentes trechos do Arroio Fragata ao longo de uma semana, dados reais utilizados para comparar e certificar a estimativa temporal de inundação do Arroio Fragata.

Tabela 2: Volume (m³) em diferentes trechos do Arroio Fragata ao longo de uma semana.

Tempo em dias	Vol. 1 m ³	Vol. 1-2 m ³	Vol. 2-3 m ³	Vol. 3-4 m ³	Vol. 4-5 m ³	Vol. 5-6 m ³
10/09/2010	756,17	6462,24	9215,22	12701,73	26238,10	95988,90
11/09/2010	2024,86	17304,38	24676,22	34012,29	70259,55	257035,98
12/09/2010	4458,10	38098,71	54329,16	74884,21	154689,08	565911,14
13/09/2010	12186,60	104146,17	148513,52	204702,55	422856,19	1546967,78
14/09/2010	13292,61	113598,14	161992,13	223280,70	461233,25	1687365,58
15/09/2010	4599,33	39305,65	56050,27	77256,49	159589,54	583838,86
16/09/2010	3117,26	26640,01	37988,94	52361,78	108164,28	395705,80
17/09/2010	2225,64	19020,27	27123,11	37384,94	77226,46	282523,58

Verifica-se na análise da Tab. 2 que o Arroio Fragata transbordou no quinto dia, considerando uma semana de chuvas torrenciais, estimativa temporal de acordo com os resultados obtidos da aplicação dos métodos de Runge-Kutta de 2ª ordem para a equação não-conservativa e o método de Euler para a equação conservativa.

Neste trabalho adota-se um modelo teórico matemático que possibilita adequar informações físicas de um determinado rio. Este modelo tem sua solução pelo método de Burgers, o qual possui custo computacional elevado. Preocupados no tempo de processamento de tais cálculos, explora-se a solução deste modelo com métodos numéricos de passos simples: Euler e Runge-Kutta de 2ª, 3ª e 4ª ordens.

Para escolher o método numérico de passo simples e construir o modelo computacional, consideram-se os resultados obtidos em Finger (FINGER *et. al*, 2010), onde realizou-se uma análise sobre o dia de inundação e o respectivo método que apresentou menor Erro Absoluto naquele dia.

4 CONCLUSÃO

Métodos numéricos de Passos Simples tornam o modelo teórico matemático adotado mais simples computacionalmente, ou seja, a previsão de inundação em rios pode ser realizada com complexidade computacional de ordem linear, ou seja, baixo custo computacional.

Através da aplicação de dados reais obteve-se certificação de que a estimativa temporal resultante do modelo computacional estudado está correta, ou seja, o rio transbordará no quinto dia, resultado obtido coincide com o volume calculado a partir de informações fornecidas pela Agência Nacional de Águas.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPERGS pelo suporte financeiro na realização deste trabalho.

6 REFERÊNCIAS

- FINGER, A. F., BRIÃO, S. L., LORETO, A. B. Estimativa temporal de enchente de rios. In: **CIC – Congresso de Iniciação Científica**, 19., Pelotas, 2010a. Anais do... Pelotas: UFPEL.
- FINGER, A. F., LORETO, A. B., BRIÃO, S. L. Métodos de passos simples para previsão do tempo de enchente em rios. In: **MCSUL – Southern Conference on Computational Modeling**, 4., Rio Grande, 2010b. Anais do...Rio Grande: FURG.
- FINGER, A. F., LORETO, A. B., BESKOW, S. Estimativa temporal de enchentes de rios em tempo linear. **Submetido a Revista Brasileira de Computação Aplicada**, Passo Fundo, v. 3, n. 2, 2011.
- NACHBIN, A., TABAK, E. **21º Colóquio Brasileiro de Matemática: equações diferenciais em modelagem matemática computacional**. Rio de Janeiro: IMPA, 1997.
- TOSCANI, L. V., VELOSO, P. A. S. **Complexidade de Algoritmos: análise, projetos e métodos**. Porto Alegre: Sagra-Luzzato, 2001.