

## A EVOLUÇÃO DE UM SISTEMA PLASMA-FEIXE DESCRITA PELA TEORIA QUASE-LINEAR DE PLASMAS

**GERMANI, Felipe Tolentino Lopes<sup>1</sup>; GAELZER, Rudi<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UFPEl, Licenciatura em Física; <sup>2</sup>UFPEl, Departamento de Física. rudi@ufpel.edu.br

### 1 INTRODUÇÃO

A teoria quase-linear (QL) consiste em uma descrição empregada com frequência na teoria cinética de plasmas. Esta teoria busca descrever a interação entre as partículas do plasma e o campo eletromagnético incorporando efeitos não lineares na mais baixa ordem. Os fundamentos da teoria quase-linear podem ser encontrados em livros introdutórios à física dos plasmas [1].

A teoria QL é estritamente válida somente quando o plasma é fracamente instável e quando a instabilidade resultante da interação onda-partícula excita uma larga faixa espectral, em decorrência da evolução auto-consistente do sistema, de acordo com a hipótese de flutuações com fases aleatórias [2]. A validade da teoria QL tem sido discutida nos últimos anos, mas trabalhos recentes têm mostrado que esta descreve satisfatoriamente a evolução do sistema mesmo em regimes de parâmetros que excedem os limites originais da teoria [3].

De particular importância é a aplicação da teoria QL na descrição da evolução temporal de um sistema plasma-feixe, mantendo efeitos térmicos, com oscilações eletrostáticas de alta frequência, usualmente denominadas *ondas de Langmuir*. Este tipo de sistema físico possui interesse tecnológico (interação de laser com plasmas) e é observado em diversos fenômenos astrofísicos, dentre os quais a Emissão Solar do Tipo III [4] e a formação das distribuições eletrônicas supertérmicas no vento solar [5] se destacam pelo seu interesse atual.

Neste trabalho serão apresentadas, inicialmente, as equações de evolução quase-linear de um sistema plasma-feixe, levando em conta interações das ondas de Langmuir com os elétrons do plasma. Em seguida, soluções numéricas deste sistema serão obtidas e apresentadas, as quais ilustram a evolução temporal tanto da distribuição eletrônica quanto da intensidade espectral das ondas. Em particular, a formação do platô quase-linear na distribuição será salientado e suas principais consequências serão discutidas.

### 2 METODOLOGIA (MATERIAL E MÉTODOS)

O sistema de equações da teoria QL pode ser obtido a partir de diferentes formalismos. A derivação tradicional parte do sistema Vlasov-Poisson de equações, realiza uma expansão perturbativa nas variáveis dinâmicas do mesmo e executa uma média de ensemble sobre os termos perturbados, assumindo fases aleatórias [2, 4]. Um enfoque mais completo parte do sistema Klimontovich-Dupree-Poisson de equações e executa as mesmas expansões perturbativas e médias de ensemble sobre fases aleatórias. Contudo, esta formulação mantém também os efeitos de flutuações de partículas únicas, responsáveis pela emissão térmica do plasma [6, 7].

Empregando o último formalismo mencionado acima, pode-se derivar o seguinte sistema de equações para a teoria QL [6, 7]:

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_i} \left( A_i f_e + D_{ij} \frac{\partial f_e}{\partial v_j} \right), \quad \frac{\partial I_k^L}{\partial t} = S_k + \gamma_k I_k^L, \quad (1)$$

onde  $f_e(v, t)$  é a função de distribuição de elétrons,  $I_k^L(t)$  a intensidade espectral das ondas de Langmuir,

$$A_i = \frac{e^2}{4\pi m_e} \int d^3 k \frac{k_i}{k^2} \omega_k^L \delta(\omega_k^L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}), \quad D_{ij} = \frac{\pi e^2}{m_e^2} \int d^3 k \frac{k_i k_j}{k^2} \delta(\omega_k^L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) I_k^L, \quad (2)$$

$$S_k = \frac{n_e e^2 \omega_{pe}^2}{k^2} \int d^3 v \delta(\omega_k^L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) f_e, \quad \gamma_k = \frac{\pi \omega_k^L \omega_{pe}^2}{k^2} \int d^3 v \delta(\omega_k^L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}},$$

sendo  $A_i$ ,  $D_{ij}$ ,  $S_k$  e  $\gamma_k$  respectivamente os coeficientes de arraste colisional, difusão quase-linear, emissão espontânea e emissão induzida, com  $n_e$ ,  $e$  e  $m_e$  a densidade, carga e a massa eletrônicas,  $\omega_{pe}^2 = 4\pi n_e e^2 / m_e$  a frequência de plasma,  $\mathbf{k}$  o vetor de onda,  $\omega_k^L = \omega_{pe} (1 + 3k^2 v_{Te}^2 / 2\omega_{pe}^2)$  a relação de dispersão de Bohm-Gross e  $v_{Te}^2 = k_B T_e / m_e$  a velocidade térmica eletrônica.

Reduzindo o sistema de equações (1) para o caso unidimensional, pode-se calcular analiticamente as integrais em (2). Escrevendo então o sistema resultante em termos de parâmetros adimensionais, obtém-se [5–7]

$$\frac{\partial F_e}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial u} (A F_e) + \frac{\partial}{\partial u} \left( D \frac{\partial F_e}{\partial u} \right), \quad \frac{\partial I_q^{\pm L}}{\partial \tau} = \frac{\pi}{q^2} \left( \frac{g}{q} F_e(u) \pm x_q^L I_q^{\pm L} \frac{\partial F_e}{\partial u} \right)_{\pm u = x_q^L / q}, \quad (3)$$

sendo agora  $\tau = \omega_{pe} t$ ,  $u = v / v_{Te}$ ,  $q = k v_{Te} / \omega_{pe}$ ,  $x_q^L = \omega_k^L / \omega_{pe}$ ,  $F_e(u) = v_{Te} f_e(v)$ ,

$$I_q^L(\tau) = (2\pi)^2 g I_k^L / m_e v_{Te}^2, \quad A = 2g [\Theta(u) - \Theta(-u)], \quad D = \frac{2}{|u|} [\Theta(u) I_q^{+L} + \Theta(-u) I_q^{-L}]_{q=1/|u|},$$

$g = [2^{3/2} (4\pi)^2 n_e \lambda_{De}^3]^{-1}$  o parâmetro de plasma e  $\lambda_{De} = (T_e / 4\pi n_e e^2)^{1/2}$  o comprimento de Debye. Na segunda equação em (3), o símbolo  $+L$  indica as ondas de Langmuir propagando-se no sentido positivo, enquanto que  $-L$  indica ondas propagando-se no sentido oposto.

O parâmetro  $g$  está diretamente relacionado (e é uma medida destes) com os efeitos das flutuações de partículas únicas. Em geral, tanto para ambientes espaciais como em laboratórios,  $g$  possui um valor pequeno, porém nem sempre desprezível. Além disso, a presença do parâmetro  $g$  em (3) permite a determinação sem ambiguidades do nível de intensidade espectral das ondas de Langmuir no estado de equilíbrio termodinâmico, além de servir de agente estabilizador das soluções do sistema (3).

Para implementar a solução de (3), é necessário determinar-se, em primeiro lugar, a forma da distribuição eletrônica no instante inicial ( $\tau = 0$ ). Para tanto, o sistema plasma-feixe será modelado por uma combinação de distribuições maxwellianas, as quais descrevem uma população eletrônica de fundo (mais densa), em repouso em relação ao referencial adotado, sendo permeada por uma outra população eletrônica mais rarefeita (o feixe), a qual se desloca com uma velocidade média  $V_b$  através do plasma de fundo. Ou seja,

$$F_e(u, 0) = \frac{1 - \delta}{\pi^{1/2}} e^{-u^2} + \frac{\delta}{(\pi\rho)^{1/2}} e^{-(u - U_0)^2 / \rho}, \quad (4)$$

sendo  $\delta = n_b / n_e$ ,  $\rho = T_b / T_e$  e  $U_0 = V_b / v_{Tb}$ , onde o índice  $e$  ( $b$ ) identifica a população de fundo (feixe). Deve-se enfatizar que a teoria QL é válida para  $\delta < 1$  e  $U_b \sim 1$ .

Agora, o nível inicial de  $I_q^L$  será determinado supondo-se que para  $\tau < 0$  o plasma encontrava-se em um estado quiescente, ou seja, próximo ao equilíbrio termodinâmico. Para tanto, coloca-se  $\delta = 0$  em (4), de tal forma que  $F_e(u)$  descreve somente o plasma de fundo maxwelliano, sem a presença do feixe. Como por hipótese o plasma encontra-se em equilíbrio com o campo de radiação, impõe-se

$\partial F_e(u)/\partial \tau = \partial I_q^L / \partial \tau = 0$  em (3), resultando na seguinte expressão para a intensidade espectral das ondas de Langmuir no estado quiescente,

$$I_q^L(\tau=0) = \frac{g}{1+3q^2/2}. \quad (5)$$

No instante  $\tau=0$  o feixe é introduzido neste plasma quiescente e o sistema evolui então de acordo com as soluções de (3), empregando-se (4) e (5) como condições iniciais.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A solução numérica do sistema (3) é realizada discretizando-se as variáveis independentes  $u$  e  $q$  nos intervalos  $-u_{max} \leq u \leq u_{max}$  e  $-q_{max} \leq q \leq q_{max}$ , em grades com 251 e 151 pontos, respectivamente. Para todos os pontos nas grades de  $u$  ou  $q$ , nas equações para  $F_e(u, \tau)$  ou  $I_q^L(\tau)$ , trata-se o sistema como um conjunto de problemas de valor inicial (PVI), composto por um número total de 402 equações. A solução numérica deste PVI é realizada então com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem [8].

As figuras 1 e 2 apresentam soluções de (3) para  $g = 5 \times 10^{-3}$ ,  $\delta = 10^{-2}$ ,  $\rho = 1$ ,  $U_b = 4$ ,  $u_{max} = 20$  e  $q_{max} = 2$ . As curvas mostram instantâneos das grandezas dinâmicas em termos de períodos de plasma  $\omega_{pe}^{-1}$ , a qual é a escala temporal típica de evolução das ondas de Langmuir.

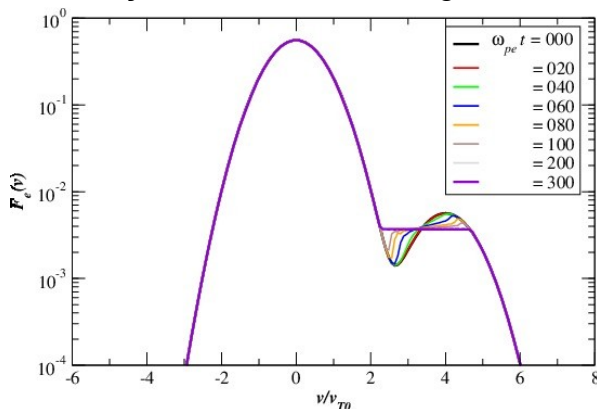


Figura 1. Evolução temporal da função de distribuição eletrônica.

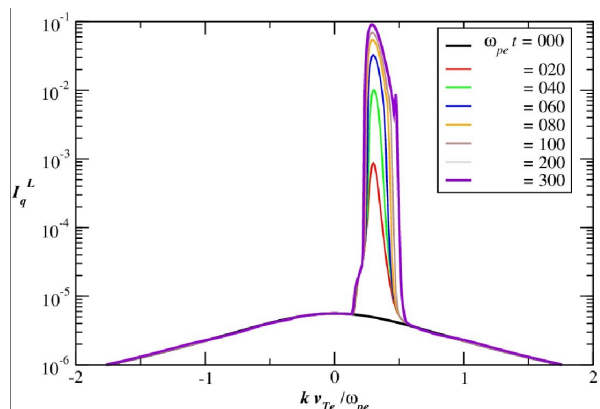


Figura 2. Evolução temporal da intensidade espectral das ondas de Langmuir.

A figura 1 mostra que a forma inicial ( $t=0$ ) da distribuição eletrônica está caracterizada por um máximo central, composto pelos elétrons de fundo, e por um segundo máximo em  $u \approx U_b$ , composto majoritariamente pelos elétrons do feixe. Observa-se que a evolução de  $F_e$  ocorre em torno de  $U_b$ , na região onde  $\partial F_e / \partial u > 0$ . Elétrons com velocidade  $u \approx U_b$  cedem parte de sua energia cinética para as ondas, passando a ocupar estados de menor energia (menor  $u$ ). Em  $F_e$ , isto é observado pela redução do máximo secundário em  $u \approx U_b$  e pelo crescimento da região em torno de  $u \approx 3$ . A evolução de  $F_e$  ocorre até a formação do platô quase-linear, a região onde  $\partial F_e / \partial u = 0$ , a qual pode ser observada em  $2 \leq u \leq 5$  na curva correspondente a  $\omega_{pe} t = 300$ .

Já a evolução da intensidade das ondas (figura 2) ocorre somente para aquelas que se propagam no sentido positivo. A evolução máxima ocorre em torno de  $q \approx 1/U_b$ , justamente devida à energia livre contida na distribuição eletrônica na

região  $\partial F_e / \partial u > 0$ . A transferência de energia dos elétrons às ondas cessa justamente quando se completa a formação do platô quase-linear.

Após a formação do platô, a evolução do sistema plasma + ondas se interrompe e o mesmo atinge um estado de equilíbrio meta-estável, fora do equilíbrio termodinâmico. O sistema somente sofrerá posterior evolução se outros efeitos não lineares ou se os efeitos decorrentes das colisões coulombianas entre as partículas do plasma forem incluídos na descrição.

#### 4 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi ilustrado o processo de troca de energia entre ondas e partículas em um sistema plasma-feixe que interage com ondas de Langmuir. A descrição foi realizada empregando-se a teoria quase-linear. De acordo com a mesma, ondas de Langmuir com velocidade de fase próximas a  $U_b$ , na região onde  $\partial F_e / \partial u > 0$ , serão amplificadas às expensas da energia livre contida da distribuição eletrônica, até o momento em que o platô quase-linear se forma. A partir de então, não há mais troca líquida de energia entre as ondas e o plasma. Este tipo de fenômeno é observado em diversos ambientes de plasma, tanto espaciais quanto em laboratório.

Outros efeitos não lineares de mais alta ordem existem e passam a ser relevantes, ainda durante a fase de formação do platô, permanecendo ativos por períodos longos após a fase quase-linear, tornando-se então preponderantes na dinâmica do sistema plasma + ondas. Esses efeitos consistem em interações onda-onda mediadas pelo plasma e interações onda-partícula não lineares, as quais irão provocar a evolução de  $F_e$  e  $I_q^L$  em regiões nas figuras 1 e 2 que são observadas como estacionárias, de acordo com a teoria QL. Contudo, a inclusão desses efeitos de mais alta ordem excede o escopo do presente trabalho.

#### 5 REFERÊNCIAS

- [1] GURNETT, D. A.; BHATTACHARJEE, A. **Introduction to Plasma Physics With Space and Laboratory Applications**. Cambridge: Cambridge, 2005.
- [2] YOON, P. H. Generalized Weak Turbulence Theory. **Physics of Plasmas**, v. 7, n. 12, p. 4858 – 4871, 2000.
- [3] BESSE, N.; ELSKENS, Y.; ESCANDE, D. F.; BERTRAND, P. Validity of Quasilinear Theory: Refutations and New Numerical Confirmation. **Plasma Physics and Controlled Fusion**, v. 53, n. 025012, doi: 10.1088/0741-3335/53/2/025012, 2011.
- [4] ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R.; YOON, P. H. Nonlinear development of weak beam-plasma instability. **Physics of Plasmas**, v. 8, n. 9, p. 3982 – 3995, 2001.
- [5] GAELZER, R.; ZIEBELL, L. F.; VIÑAS, A. F.; YOON, P. H.; RYU, C. -M. Asymmetric Solar Wind Electron Superthermal Distributions. **The Astrophysical Journal**, v. 677, n. 1, p. 676 – 682, 2008.
- [6] YOON, P. H. Effects of Spontaneous Fluctuations on the Generalized Weak Turbulence Theory. **Physics of Plasmas**, v. 12, n. 042306, doi: 10.1063/1.1864073, 2005.
- [7] YOON, P. H.; RHEE, T.; RYU, C. -M. Effects of Spontaneous Thermal Fluctuations on Nonlinear Beam-Plasma Interaction. **Physics of Plasmas**, v. 12, n. 062310, doi: 10.1063/1.1925618, 2005.
- [8] PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes in Fortran 90**. New York: Cambridge, 1997.