



As Transformações de Calibre são Transformações Canônicas?

Autor(es): SANTOS, Anderson Madruga dos; LUNA, Emerson Gustavo de Souza

Apresentador: Anderson Madruga dos Santos

Orientador: Emerson Gustavo de Souza Luna

Revisor 1: Victor Paulo Barros Gonçalves

Revisor 2: Werner Krambeck Sauter

Instituição: Universidade Federal de Pelotas

Resumo:

As equações de Lagrange são invariantes sob uma transformação de ponto, ou seja, sua forma permanece inalterada qualquer que seja a escolha das coordenadas generalizadas. Duas lagrangianas são ditas dinamicamente equivalentes se elas diferem pela derivada total em relação ao tempo de uma função arbitrária das coordenadas generalizadas e do tempo. Esta função, $F=F(q,t)$, é uma função dita geradora, e tal transformação de coordenadas é chamada "transformação de calibre". Por outro lado, no formalismo Hamiltoniano os momenta passam a ser variáveis independentes, tornando clara a necessidade de adotarmos transformações no espaço de fase, que transformam simultaneamente coordenadas e momenta independentes, no lugar de transformações no espaço de configurações (transformações de ponto). Estas novas transformações, que preservam as equações de Hamilton do movimento, são chamadas "transformações canônicas". Neste trabalho demonstramos que a transformação de calibre descrita acima é também uma transformação canônica que preserva as equações de Hamilton do movimento. A demonstração segue os seguintes passos: 1) a partir de uma função arbitrária F que depende do tempo, da coordenada generalizada q e da derivada em primeira ordem de q em relação ao tempo, mostramos que duas lagrangianas são dinamicamente equivalentes se, e somente se, a função F não depender explicitamente da derivada em primeira ordem da coordenada generalizada. Verificamos que este resultado continua válido no caso geral em que partimos de uma função arbitrária F que também dependa de todas as suas derivadas de ordem superior em relação ao tempo; 2) por meio de lagrangianas dinamicamente equivalentes (ligadas por uma transformação de calibre), construímos novas hamiltonianas via a aplicação de uma transformada de Legendre, cuja interpretação geométrica é analisada; 3) finalmente, calculamos os parênteses de Poisson das grandezas transformadas, mostrando que eles permanecem invariantes sob transformações canônicas, demonstrando, portanto, que a transformação de calibre é um subgrupo das transformações canônicas e que a função F é a respectiva função geradora da transformação.