



## Alguns Testes e Exemplos de Convergência Uniforme das Séries de Funções

**Autor(es):** Felix, Adriani Mello; Lopes, Nathalia da Rosa

**Apresentador:** Adriani Mello Felix

**Orientador:** Andrei Bourchtein

**Revisor 1:** Maurício Zahn

**Revisor 2:** Luiz Alberto Brettas

**Instituição:** UFPEL

### Resumo:

As séries de funções representam uma das principais ferramentas da análise matemática para representação de funções e avaliação do seu comportamento, resolução de equações diferenciais e desenvolvimento de métodos numéricos. A utilização das séries de funções, provavelmente surgiu na Índia ainda no século XIV. No século XVII os matemáticos europeus começaram a trabalhar com essas séries e posteriormente no século XIX Cauchy introduziu o importante conceito de convergência uniforme que liga o comportamento da função com o da sua série. Ao final desse século, graças aos trabalhos de vários matemáticos, foram estabelecidos os resultados fundamentais sobre a convergência uniforme, inclusive o famoso M-teste de Weierstrass. Esses estudos deram embasamento necessário para o uso formal das séries, utilizadas intensivamente nos dois séculos anteriores em análise e nas aplicações, principalmente nas soluções de equações diferenciais. Embora as séries de funções sejam uma parte indispensável de análise matemática, usualmente não são estudadas com a devida profundidade nos cursos de graduação devido à complexidade da sua teoria. Particularmente os testes mais refinados de convergência uniforme são poucos conhecidos nos cursos de graduação. O presente trabalho aborda alguns tópicos ligados à convergência uniforme. Primeiramente estudamos alguns testes mais complexos de convergência uniforme, tais como o de Dirichlet e de Abel, analisamos as condições favoráveis e desfavoráveis para aplicação destes testes e comparamos situações quando um teste é aplicável e o outro não. Depois estudamos as condições que possibilitam efetuar as operações analíticas com séries, tais como passagem ao limite, integração e diferenciação, aplicando as mesmas termo a termo e mantendo com isso o mesmo resultado das operações respectivas aplicadas à soma da série. Nesse estudo utilizamos exemplos clássicos e construímos outros para mostrar o que pode acontecer na aplicação dessas operações caso a série não seja convergente uniformemente. Simultaneamente elaboramos exemplos que mostram que a convergência uniforme é a condição suficiente e não necessária para possibilitar o cálculo do limite, da integração e diferenciação de uma série termo a termo.