XVIII CIC XI ENPOS I MOSTRA CIENTÍFICA
Evoluir sem extinguir: por uma ciência do devir

ALGUNS RESULTADOS SOBRE A CONVERGÊNCIA UNIFORME E QUASE UNIFORME DAS SÉRIES DE FUNÇÕES

Autor(es): LOPES, Nathalia da Rosa; FELIX, Adriani Mello
Apresentador: Nathalia da Rosa Lopes
Orientador: Andrei Bourchtein
Revisor 1: Mauirício Zahn
Revisor 2: Luiz Alberto Brettas
Instituição: UFPel

Resumo:

As séries de funções representam uma das principais ferramentas da área de análise matemática, a partir delas podemos representar funções e seus comportamentos, resolver equações diferenciais e desenvolver métodos numéricos. As séries de funções foram utilizadas por vários matemáticos, até mesmo antes da criação de cálculo diferencial e integral. Em particular, os fundadores do cálculo, Newton e Leibniz, utilizavam as séries para representação aproximada de funções e avaliação de áreas de figuras e comprimentos de arcos. Com o desenvolvimento das séries de potências e trigonométricas, no século XVIII - início do século XIX, o uso das séries fortaleceu-se tanto na própria matemática como nas aplicações físicas. Porém, o conceito de convergência uniforme, que relaciona o comportamento da função com o da sua série, foi introduzido por Cauchy só no início do século XIX. Mesmo com esse conceito descoberto, foi necessário mais meio século de esforço de grandes matemáticos como Abel e Stokes para estabelecer a relação entre a série e a sua soma, que foi aprofundada e assumiu a forma moderna nos trabalhos de Weierstrass. Embora as séries de funções componham uma parte indispensável da análise matemática, geralmente, elas não são estudadas com bastante profundidade nos cursos de graduação devido à sua complexidade. Em virtude de tamanha importância dessas séries na matemática e nas aplicações, fizemos um estudo mais detalhado sobre elas. Assim, primeiramente estudamos os teoremas de Dini sobre a convergência uniforme e sua aplicabilidade, em particular, comparando-o aos testes de Weierstrass e de Dirichlet. Ainda, elaboramos exemplos quando um teste é aplicável e outro não. Depois investigamos a relação entre a convergência absoluta e a uniforme, de uma série de funções. A partir desta investigação, demonstramos que da convergência uniforme da série dos módulos, segue a convergência da série original. Ainda, demonstramos que, da convergência absoluta e uniforme (em separado) da série original não segue a convergência uniforme da série dos módulos. Estudamos também as condições que garantem a continuidade da soma de uma série de funções, mostrando via exemplos que a condição de convergência uniforme é suficiente, mas não é necessária para essa continuidade. Finalmente, analisamos o conceito de convergência quase uniforme e apresentamos o teorema de Arzelá que fornece as condições necessárias para a continuidade da soma de uma série de funções.