



## ATRATOR DE LORENZ

**SCHUCH, Daniel<sup>1</sup>**

*1-Universidade Federal de Pelotas, underschuch@gmail.com.*

### Introdução

O sistema de Lorenz(1-3) é um modelo, já clássico, de sistema apresentando atratores estranhos e comportamento caótico. Sua aparição ocorreu num trabalho de Lorenz [1], relacionado com equações hidrodinâmicas para a descrição de fenômenos de convecção. O modelo hidrodinâmico é mapeável num sistema não-linear de equações diferenciais que pode ter pontos fixos representando rolos de convecção estáveis ou então, dependendo dos parâmetros do sistema, situações de instabilidade com destruição dos rolos e comportamento caótico, no qual o sistema adquire uma especial sensibilidade em relação às condições iniciais [1,2]. Muitos textos de variados graus de profundidade tem tratado o tema Como Poul[3], Hairer[4], e em Balmforth[5].

$$X'=\sigma.(-X+Y) \quad , \quad (1)$$

$$Y'=rX - Y - XZ \quad , \quad (2)$$

$$Z'=XY - bZ \quad . \quad (3)$$

Este trabalho tem o duplo objetivo de fazer uma apresentação da situação atual na literatura especializada [6-12], de questões envolvendo o sistema de Lorenz, bem como apresentar resultados de simulações numéricas que possam demonstrar a viabilidade de um estudo inicial do problema para estudantes de cursos de graduação em ciências exatas.

### Metodologia

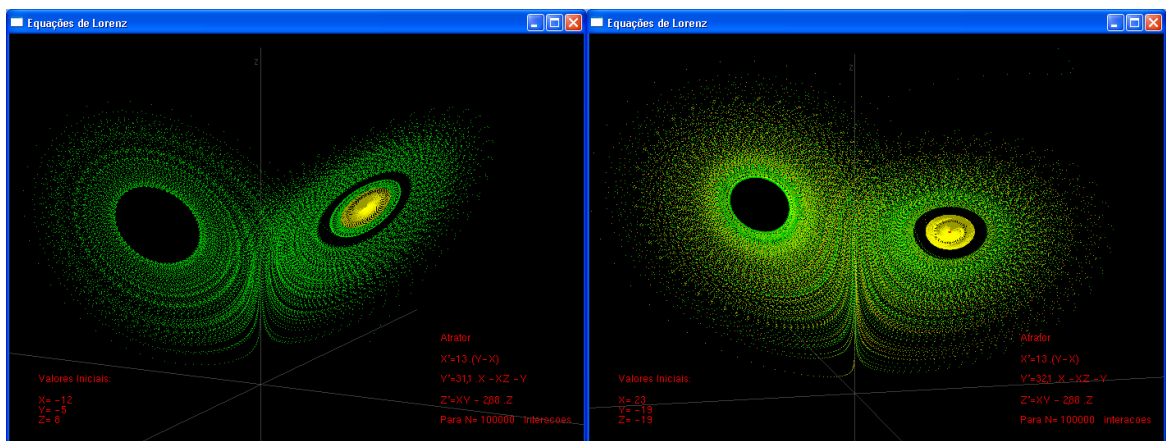
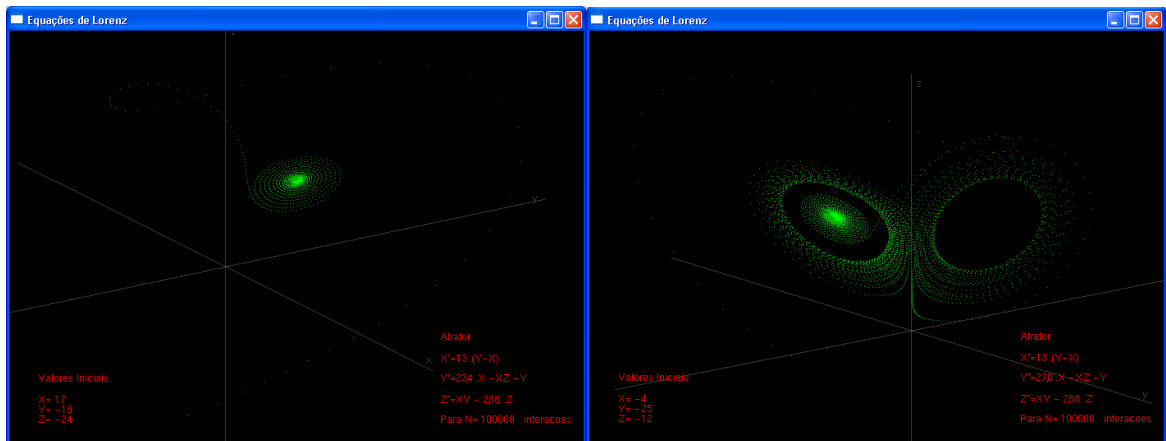
Busca de material bibliográfico em livros e em periódicos, partindo da página de periódicos da CAPES e da "Web of Science" e elaboração de programas numéricos de simulação.

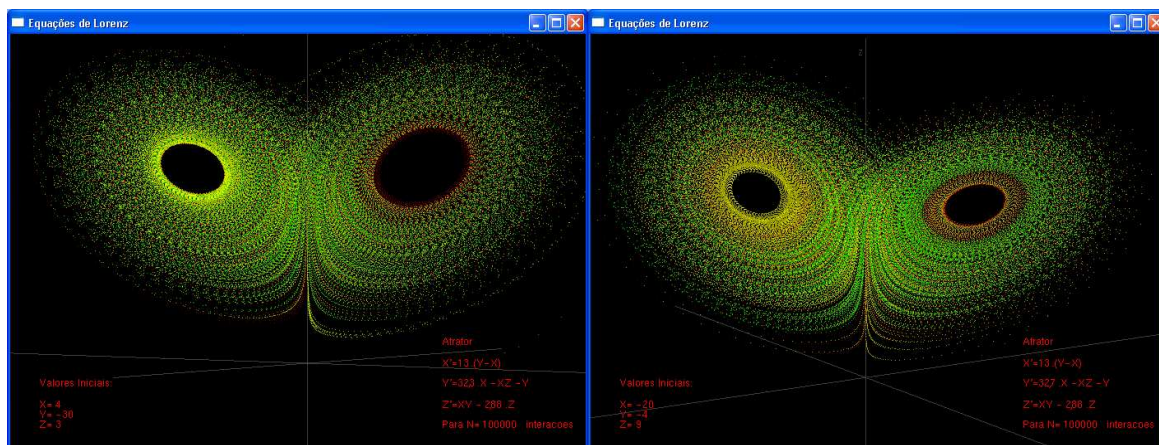
Em relação ao trabalho numérico, foram integradas computacionalmente as equações de Lorenz[1-3] e o resultados exibidos em um gráfico 3D. Para isso foi utilizado o compilador Dev C++ 2.9.9.2 e as bibliotecas OpenGL [13] e GLUT 3.7.6 (OpenGL Utility Toolkit) [14]; Foi adotado o método de Ruge-Kutta de quarta ordem [4-15] e gerados 100.000 pontos usando valores iniciais aleatórios de -50 a 50 para cada variável.

### Resultados e Discussão

Verificou-se que, apesar de clássico, o tema do atrator de Lorenz ainda é bastante discutido na literatura recente, tanto em termos teórico-computacionais, aplicações e publicações em revistas especializadas em caos [6-10].

Alguns atratores usando  $\sigma = 13$  e  $b = 2,88$  são mostrados nas Figuras 1-6.





Figuras 5 e 6,  $r = 32,3$  e  $r = 32,7$ .

## Conclusões

Considerando-se a atualidade do tema do atrator de Lorenz, verificada na pesquisa bibliográfica, e as implicações dos atratores estranhos, como por exemplo, a previsibilidade numérica do tempo em Meteorologia [16-17], o seu estudo se torna desejável em cursos de graduação. No entanto, o problema numérico pode ser uma barreira para iniciantes. Esse trabalho demonstra que atualmente, estão disponíveis ferramentas ao alcance dos estudantes para a iniciação ao estudo dessas questões.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- [1] LORENZ, E. N.. Deterministic nonperiodic flow. **J. Atmos. Sciences**, n. 20, p.130, 1963.
- [2] FIEDLER-FERRARA; CINDRA DO PRADO. **Caos uma Introdução**. São Paulo: Edgard Blücher, 1995.
- [3] POUL, S. Addison. **Fractals and Chaos: An Illustrated Course**. 1997.
- [4] HAIRER, H.; NØRSETT, S. P.; WANNER, G.. **Solving Ordinary Differential Equations I Nonstiff Problems**. 1965.
- [5] PROVENZALE; BALMFORTH. **Chaos and Structures in Geophysics and Astrophysics**.
- [6] Xiong X; Wang J. Conjugate Lorenz-type chaotic attractors. **Chaos, Solitons & Fractals**, ago. 2008.
- [7] HAN, Fengling et al.. Fluctuational Escape from a quasi-Hyperbolic Attractor in the Lorenz System. **Journal of Experimental and Theoretical Physics**, v. 94, N. 4, pp. 821, 2002.

- [8] SUZUKI, Masayasu Suzuki;SAKAMOTO, Noboru; YASUKOCHI, Takashi. A butterfly-shaped localization set for the Lorenz attractor. **Physics Letters**,372 ,p. 2614, 2007.
- [9] GRASSI G. et al.. Multi-wing hyperchaotic attractors from coupled Lorenz systems. **Chaos, Solitons & Fractals**, dez. 2008.
- [10] Yu S; Tang WKS. Tetrapterous butterfly attractors in modified Lorenz systems. **Chaos, Solitons & Fractals**, jul. 2008.
- [11] WILLIAMS, R. F.. The Structure of Lorenz Attractors. 1977.
- [12] TUCKER, Warwick. The Lorenz attractor exists. **Systirnes dynamiquesI**, n. 328, p. 1197, 1999.
- [13] RICHARD, S. Wright; JR. ; MICHAEL, Sweet. **OpenGL Super Bible**.
- [14] MARK J.. **The OpenGL Utility Toolkit (GLUT): Programming Interface API Version 3**. Silicon Graphics, November 13, 1996.
- [15] PRESS et al. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing**. 2st ed. Cambridge University, 2002.
- [16] WALLACE; M.,Jonh ; HOBBS. **Atmospheric Science: An Introductory Survey**. 2st ed. Amsterdam: Elsevier/Academic Press, 2006.
- [17] HOLTON,James R.. **An Introduction to Dynamic Meteorology**. 4<sup>a</sup> ed. United States of America: Elsevier/Academic Press, 2004.