

MÉTODO DAS FRAÇÕES PARCIAIS PARA OBTENÇÃO DE PROPRIEDADES CONSTITUTIVAS DE MISTURAS ASFÁLTICAS

CAMARGO, Thiago Lunardi¹; THEISEN, Klaus Machado²

¹ Universidade Federal de Pelotas, Centro das Engenharias, Curso de Engenharia Civil; ² Universidade Federal de Pelotas, Centro das Engenharias. (thiago.lunardicamargo@gmail.com, theisenkm@yahoo.com.br)

1 INTRODUÇÃO

Pesquisas sobre o comportamento de misturas asfálticas mostram o comportamento viscoelástico das mesmas, justificado pela presença do cimento asfáltico. Segundo Soares e Souza (2002), tal consideração permite uma caracterização mais adequada da mistura quanto ao comportamento mecânico e conseqüente previsão mais realista do desempenho dos pavimentos em serviço.

A obtenção experimental de propriedades constitutivas no qual é imposta uma carga no ensaio e os deslocamentos resultantes são medidos, ou seja, no caso de misturas asfálticas, propriedades tipo a curva de fluência $D(t)$, o módulo volumétrico B_0 e a compliância de fluência $J(t)$, são relativamente mais fáceis de obter experimentalmente, devido as condições de ensaio. Entretanto, a obtenção dos módulos $E(t)$, K_0 e $G(t)$, respectivamente as propriedades inversas as citadas anteriormente, não é trivial à medida que é preciso impor deslocamentos para medir a carga resultante, porém os deslocamentos a serem aplicados tem magnitude pequena, o que demanda infraestrutura experimental capaz de executar tal tarefa.

Entretanto, a obtenção de $E(t)$, K_0 e $G(t)$ pode ser feita via métodos numéricos, onde se cita como um dos mais empregados na literatura o método de Park e Schapery (1999). Entretanto, tal método pressupõe o arbítrio ou a obtenção gráfica de constantes viscoelásticas que descrevem o comportamento de misturas asfálticas, o que influi na precisão dos resultados. Theisen (2011) adaptou o método das Frações Parciais (MFP) para executar tal tarefa, no qual equações que remetem a obtenção exata dos parâmetros foram obtidas. Sendo assim, o objetivo do presente trabalho é a implantação numérica do MFP deduzido por Theisen (2011), de modo a se obter um procedimento preciso para inversão de propriedades constitutivas viscoelásticas, focando-se em misturas asfálticas.

2 METODOLOGIA EMPREGADA

A inversão das propriedades constitutivas viscoelásticas pode ser feita considerando dois domínios: tempo e frequência. No domínio tempo, o método mais conhecido é o de Park e Schapery (1999). No domínio frequência, o método mais conhecido é o Método das Frações Parciais (MFP), no qual se aplica transformadas de Fourier e obtém os módulos no domínio complexo, aplicando-se transformadas integrais inversas posteriormente. O método descrito em Theisen (2011) para descrição do MFP considera-se $C(t)$ uma compliância qualquer e $H(t)$ o módulo correspondente à compliância $C(t)$. O modelo genérico empregado para descrever a compliância $C(t)$ é uma serie de Prony, expressa pela equação 1:

$$C(t) = C_\infty - \sum_{i=1}^n C_i e^{-t/\tau_i} \quad (1)$$

onde as constantes C_i e C_∞ são constantes de compliância, relacionada a magnitude da compliância; e as constantes τ_i são os tempos de retardação, relacionados a como $C(t)$ varia no tempo. A curva a ser obtida pelo método, denominada de $H(t)$, é modelada conforme a equação 2:

$$H(t) = H_\infty + \sum_{i=1}^n H_i e^{-t/\rho_i} \quad (2)$$

onde as constantes H_i e H_∞ são constantes de rigidez, relacionada a magnitude da rigidez; e as constantes ρ_i são os tempos de relaxação, relacionados a como $H(t)$ varia no tempo. O fluxograma mostrado na Figura 1 descreve, de maneira simplificada, as etapas numéricas planejadas para a implementação do Método das Frações Parciais. As equações fundamentais do método são encontradas em Theisen (2011), baseadas na aplicação de transformadas de Fourier nas equações 1, 2 e na relação entre tais equações, expressa, no domínio tempo, pela equação 3:

$$\int_0^t C(t-t')H(t)dt' = t \quad (3)$$

De acordo com a Figura 1, nota-se que a partir dos parâmetros constitutivos de uma dada propriedade da mistura asfáltica no qual se deseja obter a correspondente propriedade inversa, existem três rotinas numéricas de modo a obter as constantes H_i . Estas rotinas incluem geração e soma de polinômios, determinação de raízes de polinômios e solução de sistema de equações. Da mesma maneira, são indicadas na figura 1 as equações 4 e 5, respectivamente expressando o polinômio a ser resolvido (variável é $i\omega$) e o sistema de equações empregado para obter as constantes H_i .

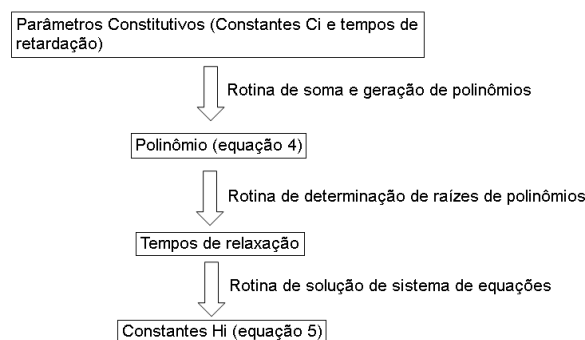


Figura 1: Fluxograma para implementação do Método das Frações Parciais

$$i\omega \left[C_\infty \left(\prod_{i=1}^n i\omega + \frac{1}{\tau_i} \right) - \sum_{i=1}^n C_i \frac{\prod_{j \neq i}^n i\omega + \frac{1}{\tau_j}}{i\omega + \frac{1}{\tau_i}} \right] = 0 \quad (4)$$

$$H_\infty \left(\prod_{i=1}^n i\omega - r_i \right) + \sum_{k=1}^n H_k \frac{\prod_{j \neq k}^n i\omega - r_j}{i\omega - r_k} = \frac{1}{C_\infty - \sum_{i=1}^n C_i} \prod_{j=1}^n i\omega - \frac{1}{\tau_j} \quad (5)$$

onde r_j são as raízes do polinômio encontradas na solução da equação 4.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para análise do método, tomou-se as curvas $D(t)$ e $E(t)$ de Souza (2005) e a outra de Gibson et al. (2003), cujas constantes são vistas na Tabela 1:

Tabela 1: Propriedades constitutivas de Souza (2005) e Gibson et al. (2003).

i	Souza (2005)				Gibson et al. (2003)			
	$D_i(1/kPa)$	$\tau_i(s)$	$E_i(kPa)$	$\rho_i(s)$	$D_i(1/MPa)$	$\tau_i(s)$	$E_i(MPa)$	$\rho_i(s)$
inf	2.451E-03	0.0E+00	4.079E+02	0.0E+00	2.415E-03	0.0E+00	4.128E+02	0.0E+00
1	-3.487E-08	1.2E-03	2.179E+06	8.7E-04	-9.042E-05	1.1E+07	1.430E+01	1.5E+07
2	-5.978E-08	8.3E-03	2.675E+06	5.7E-03	-1.885E-04	6.0E+05	3.210E+01	8.0E+05
3	-2.509E-07	1.7E-01	3.125E+06	6.2E-02	-3.525E-04	3.2E+04	7.420E+01	4.3E+04
4	-8.123E-07	1.3E+00	9.929E+05	4.6E-01	-5.769E-04	1.7E+03	1.796E+02	2.3E+03
5	-2.178E-06	3.4E+01	4.447E+05	4.5E+00	-5.955E-04	9.1E+01	4.588E+02	1.2E+02
6	-1.699E-05	1.4E+02	1.520E+04	4.1E+01	-3.396E-04	4.9E+00	1.232E+03	6.5E+00
7	-7.829E-05	1.2E+03	9.284E+03	2.4E+02	-1.405E-04	2.6E-01	2.956E+03	3.5E-01
8	-5.392E-04	7.9E+03	1.748E+03	1.9E+03	-5.670E-05	1.4E-02	5.286E+03	1.8E-02
9	-1.813E-03	7.1E+04	5.535E+02	2.4E+04	-2.367E-05	7.4E-04	6.531E+03	9.9E-04
10					-1.172E-05	4.0E-05	5.727E+03	5.3E-05
11					-4.222E-06	2.1E-06	3.848E+03	2.8E-06
12					6.095E-08	1.1E-07	2.160E+03	1.5E-07

A mistura de Gibson et al. (2003) trata-se de uma mistura asfálticas densa, enquanto que a mistura de Souza (2005) é um mastique, ou seja, uma mistura asfálticas sem agregados graúdos. Empregando-se os dados da curva de fluência de Souza (2005). São encontradas as constantes E_i e ρ_i vistas na Tabela 2:

Tabela 2: Constantes obtidas pelo método em função dos dados de Souza (2005)

i	Resultado MFP		Erro percentual*		i	Resultado MFP		Erro percentual*	
	$E_i(kPa)$	$\rho_i(s)$	Erro $E_i(\%)$	Erro $\rho_i(s)$		$E_i(kPa)$	$\rho_i(s)$	Erro $E_i(\%)$	Erro $\rho_i(s)$
inf	4.080E+02		0.03	0.00	5	4.638E+05	4.5E+00	3.60	-0.25
1	2.487E+06	8.9E-04	14.11	2.47	6	1.322E+04	4.1E+01	-12.99	0.50
2	2.034E+06	5.8E-03	-23.96	1.95	7	9.724E+03	2.4E+02	4.74	1.91
3	3.146E+06	6.4E-02	0.67	2.83	8	1.617E+03	1.9E+03	-7.48	2.20
4	9.236E+05	4.6E-01	-6.98	0.01	9	5.630E+02	2.4E+04	1.72	-1.06

* com relação às constantes de Souza (2005), em %.

Como visto na Tabela 2, houve erros significativos nas constantes obtidas em comparação as constantes originais de Souza (2005). Tal fato deve-se as constantes cedidas pela publicação, que não possuem a precisão numérica suficiente para igualdade de resultados, ou seja, devido ao arredondamento. Entretanto, quando as curvas $E(t)$ são comparadas, nota-se que o comportamento do material é essencialmente o mesmo, como mostrado pela Figura 2. A diferença esta na rigidez inicial, porém devido ao seu alto valor, pouco influirá nas deformações do material em simulações de campo.

Quanto a mistura de Gibson et al. (2003), não se obteve o mesmo sucesso na análise, no qual foram obtidos erros entre 25% a 66% para os tempos de relaxação e constantes E_i negativas foram encontradas. Acredita-se que tal fato se deve a questões numéricas de precisão de armazenamento numérico dos programas utilizados, no qual, no mesmo sistema de equações, há números variando na ordem de 10^{-6} até 10^{23} . Quanto maior a variabilidade dos tempos de retardação, devida ao maior número de termos na serie de Prony (maior i), mais extrema é esta diferença de ordem numérica. No estágio atual de pesquisa, os esforços estão sendo direcionados na solução deste problema.

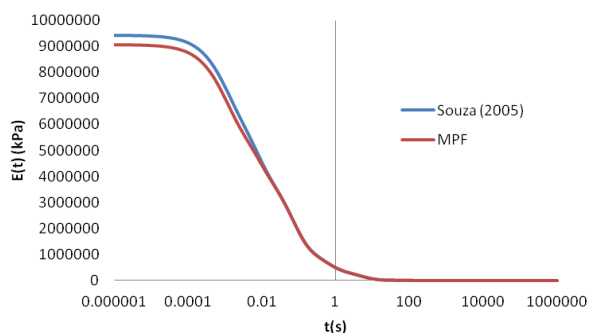


Figura 2: Comparação das curvas de relaxação $E(t)$ de Souza (2005) e obtida pelo MFP

4 CONCLUSÕES

A validação do resultado obtidos em função dos dados de Souza (2005) puderam confirmar a eficiência das rotinas elaboradas, o que se refletiu na curva $E(t)$, que revela o comportamento do material ao longo do tempo, com a vantagem da solução ser direta e obtida por métodos puramente numéricos, excluindo fases de arbítrio ou extração gráfica de constantes, como em Park e Schapery (1999). Entretanto, o método mostrou-se fortemente dependente da precisão numérica dos programas empregados para cálculo, devido as diferentes ordens de grandeza das variáveis envolvidas no processo. Sendo assim, embora o método seja melhor no sentido de programação, as rotinas empregadas devem ser cuidadosamente selecionadas, para que não haja interpretações errôneas que podem incidir no projeto dos pavimentos flexíveis onde for empregada a mistura em questão.

5 REFERÊNCIAS

GIBSON, N.H.; SCHWARTZ, C.W., SCHAPERY, R.A., WITCZAK, M.W. Viscoelastic, Viscoplastic, and Damage Modeling of Asphalt Concrete in Unconfined Compression. Transportation Research Board (TRB) Annual Meeting CD-ROM, 2003.

PARK, S. E SCHAPERY, R. A. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I – an numerical method based on Prony Series” International Journal of Solids and Structures, Vol. 36, p 1653-1975, 1999.

SOARES, J.B.; SOUZA, F.V. Verificação do Comportamento Viscoelástico Linear em Misturas Asfálticas. Anais do 16º Encontro do Asfalto, IBP, Rio de Janeiro – RJ, 2002.

SOUZA, F.V. Modelo Multi-Escala para Análise Estrutural de Compósitos Viscoelásticos Sucetíveis a Dano. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, 189p., 2005.

THEISEN, K.M. Estudo de parâmetros constitutivos extraídos de dados experimentais no comportamento de misturas asfálticas. Tese (Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, 2011. 284 p.